Китаев А.Е.
E-mail – kitaev_a_e@mail.ru

Описание электронно-позитронных волн и электромагнитного поля с помощью единого уравнения. Возможность существования псевдоскалярного поля, родственного электромагнитному.

Предлагается волновое уравнение в пространстве 7 переменных. Его можно рассматривать как релятивистское обобщение уравнения, получающегося в результате квантования свободного движения симметричного твердого тела (шарового волчка).

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}+k_0{}^2U+q\{\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial U}{\partial\theta})+\frac{1}{\sin^2\theta}[\frac{\partial^2 U}{\partial\alpha^2}-2\cos\theta\frac{\partial^2 U}{\partial\alpha\partial\beta}+\frac{\partial^2 U}{\partial\beta^2}]\}=0 \qquad (1$$

$$k_0{}^2=\frac{8m_e^2c^2}{5\hbar^2}$$

$$q=\frac{4m_e^2c^2}{5\hbar^2}$$

7-мерное пространство «конструируется» таким образом: к четырехмерному пространству-времени добавлена группа SO(3), параметризованная через углы Эйлера (или, другими словами, многообразие группы SO(3)),

Причем предполагается, что помимо обычных граничных условий в «угловом» пространстве

$U(\alpha)=U(\alpha+2\pi),\quad U(\beta)=U(\beta+2\pi)$

могут иметь место более общие условия:

$U(\alpha)U^*(\alpha)=U(\alpha+2\pi)U^*(\alpha+2\pi)$; $U(\beta)U^*(\beta)=U(\beta+2\pi)U^*(\beta+2\pi)$

Или

$U^2(\alpha)=U^2(\alpha+2\pi)$; $U^2(\beta)=U^2(\beta+2\pi)$

в случае действительной функции U.

Это позволяет уравнению иметь решения, пропорциональные следующим функциям (представленным в виде вектора-столбца):

$$\begin{pmatrix}E_1\\E_2\\E_3\\E_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\alpha+\beta)}{2}}\cos\frac{\theta}{2}\\ \frac{1}{2\pi}e^{-i\frac{(\alpha+\beta)}{2}}\cos\frac{\theta}{2}\\ \frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\alpha-\beta)}{2}}\sin\frac{\theta}{2}\\ \frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\beta-\alpha)}{2}}\sin\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}$$

Уточню, что каждая из этих четырех функций является решением «угловой» части приведенного выше уравнения.

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial E}{\partial\theta})+\frac{1}{\sin^2\theta}[\frac{\partial^2 E}{\partial\alpha^2}-2\cos\theta\frac{\partial^2 E}{\partial\alpha\partial\beta}+\frac{\partial^2 E}{\partial\beta^2}]=-KE$$

Такие функции-орты названы функциями половинного спина (обратим внимание на множитель ½ в показателях экспонент). Возможна и пропорциональность функциям единичного спина

$$\begin{pmatrix} W_{-1} \\ W_0 \\ W_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{-i\beta}\sin\theta \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}\pi}\cos\theta \\ \frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{i\beta}\sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_{-1} \\ U_0 \\ U_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{-i\alpha}\sin\theta \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}\pi}\cos\theta \\ \frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{i\alpha}\sin\theta \end{pmatrix}$$

Помимо единичного и половинного спинов возможны и другие значения – 3/2, 2, а также 0, что соответствует отсутствию зависимости от углов (углов Эйлера). Но мы здесь ограничиваемся лишь рассмотрением случаев ½,1.

Заметим, что четырехмерное пространство-время и трехмерное искривленное пространство группы SO(3) нельзя считать полностью независимыми друг от друга. Повороту в обычном трехмерном пространстве будет соответствовать определенное преобразование координат в пространстве SO(3). Некоторым поворотам будет соответствовать просто «сдвиг» угловой координаты в SO(3):

$$\alpha'=\alpha+\alpha_0$$

Если искать решение в виде

$$U=e_1(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\alpha+\beta)}{2}}\cos\frac{\theta}{2}+e_2(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{-i\frac{(\alpha+\beta)}{2}}\cos\frac{\theta}{2}+e_3(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\alpha-\beta)}{2}}\sin\frac{\theta}{2}+e_4(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\beta-\alpha)}{2}}\sin\frac{\theta}{2}$$

после подставления в исходное уравнение получим соотношения для компонент e, зависящих от пространственных координат и времени

$$\frac{1}{c^2}e_{1tt}-e_{1xx}-e_{1yy}-e_{1zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_1=0$$

$$\frac{1}{c^2}e_{2tt}-e_{2xx}-e_{2yy}-e_{2zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_2=0$$

$$\frac{1}{c^2}e_{3tt}-e_{3xx}-e_{3yy}-e_{3zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_3=0$$

$$\frac{1}{c^2}e_{4tt}-e_{4xx}-e_{4yy}-e_{4zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_4=0$$

После аналогичной процедуры, проведенной для функций-ортов с единичным спином, мы получим похожие уравнения, но без дисперсионного члена.

$$\frac{1}{c^2}u_{-1tt}-u_{-1xx}-u_{-1yy}-u_{-1zz}=0$$
$$\frac{1}{c^2}u_{1tt}-u_{1xx}-u_{1yy}-u_{1zz}=0$$
$$\frac{1}{c^2}u_{0tt}-u_{0xx}-u_{0yy}-u_{0zz}=0$$

$$\frac{1}{c^2}w_{-1tt}-w_{-1xx}-w_{-1yy}-w_{-1zz}=0$$
$$\frac{1}{c^2}w_{1tt}-w_{1xx}-w_{1yy}-w_{1zz}=0$$
$$\frac{1}{c^2}w_{0tt}-w_{0xx}-w_{0yy}-w_{0zz}=0$$

Итак, уравнение (1) описывает и поле с половинным спином, и поле с единичным спином (а также поля с другими значениями спина, но на них в этой работе внимание не акцентируется). Учитывая, что явления взаимодействия и распада частиц (соответствующих полям) обнаруживают сходство с процессами нелинейного взаимодействия волн в сильнодиспергирующей среде [1,2] (в частности, выполняются определенные законы сохранения и в том и в другом случае), попробуем ввести квадратичную нелинейность в уравнение (1):

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}+k_0{}^2U+q\{\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial U}{\partial\theta})+\frac{1}{\sin^2\theta}[\frac{\partial^2 U}{\partial\alpha^2}-2\cos\theta\frac{\partial^2 U}{\partial\alpha\partial\beta}+\frac{\partial^2 U}{\partial\beta^2}]\}+$$
$$+3\mu U^2=0 \qquad (2)$$

Решение будем искать в виде

$$U=e_1(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\alpha+\beta)}{2}}\cos\frac{\theta}{2}+e_2(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{-i\frac{(\alpha+\beta)}{2}}\cos\frac{\theta}{2}+e_3(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\alpha-\beta)}{2}}\sin\frac{\theta}{2}+e_4(\vec{r},t)\frac{1}{2\pi}e^{i\frac{(\beta-\alpha)}{2}}\sin\frac{\theta}{2}+$$
$$+u_{-1}(\vec{r},t)\frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{-i\alpha}\sin\theta+u_0(\vec{r},t)\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}\pi}\cos\theta+u_1(\vec{r},t)\frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{i\alpha}\sin\theta+$$
$$+w_{-1}(\vec{r},t)\frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{-i\beta}\sin\theta+w_0(\vec{r},t)\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}\pi}\cos\theta+w_1(\vec{r},t)\frac{\sqrt{3}}{4\pi}e^{i\beta}\sin\theta \qquad (3)$$

Между U_0 и W_0 можно не делать разницы, так как соответствующие функции-орты совпадают.

Подставив выражение (3) в уравнение (2), мы получим сложное выражение для квадратичного нелинейного члена. Далее ищутся проекции этого квадратичного члена на различные функции-орты. Для этого производится домножение на функцию, комплексно-сопряженную той, на которую ищется проекция, далее производится интегрирование получившегося выражения (F) по углам:

$$\iiint F(\alpha,\beta,\theta)\sin\theta d\theta d\alpha d\beta$$

Пределы интегрирования такие: по θ от 0 до π, по α и β от 0 до 2π. Таким образом фактически производится усреднение по угловому пространству.

В итоге получаются такие системы уравнений:

.

$$\frac{1}{c^2}e_{1tt}-e_{1xx}-e_{1yy}-e_{1zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_1+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_3w_1+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_4u_1+\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu e_1u_0=0$$

$$\frac{1}{c^2}e_{2tt}-e_{2xx}-e_{2yy}-e_{2zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_2+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_3u_{-1}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_4w_{-1}+\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu e_2u_0=0$$

$$\frac{1}{c^2}e_{3tt}-e_{3xx}-e_{3yy}-e_{3zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_3+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_1w_{-1}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_2u_1-\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu e_3u_0=0$$

$$\frac{1}{c^2}e_{4tt}-e_{4xx}-e_{4yy}-e_{4zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}e_4+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_1u_{-1}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_2w_1-\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu e_4u_0=0$$

Это для мод половинного спина. Для мод единичного спина:

$$\frac{1}{c^2}u_{-1tt}-u_{-1xx}-u_{-1yy}-u_{-1zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_2e_4=0$$

$$\frac{1}{c^2}u_{1tt}-u_{1xx}-u_{1yy}-u_{1zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_1e_3=0$$

$$\frac{1}{c^2}u_{0tt}-u_{0xx}-u_{0yy}-u_{0zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}}\mu(e_1e_2-e_3e_4)=0$$

$$\frac{1}{c^2}w_{-1tt}-w_{-1xx}-w_{-1yy}-w_{-1zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_2e_3=0$$

$$\frac{1}{c^2}w_{1tt}-w_{1xx}-w_{1yy}-w_{1zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu e_1e_4=0$$

Имеет смысл сделать такие преобразования:

$e_1=\psi_1+i\psi_2$

$e_2=\psi_1-i\psi_2$

$e_3=\psi_3+i\psi_4$

$e_4=\psi_3-i\psi_4$

$w_1=B_1+iB_2$

$w_{-1}=B_1-iB_2$

$u_1=A_1+iA_2$

$u_{-1}=A_1-iA_2$

$u_0=A_0$

При этом получающиеся поля можно считать действительными, а не комплексными (как и получающиеся после аналогичных преобразований функции-орты).

Система уравнений для полей половинного и единичного спина после этих преобразований приобретает такой вид:

$$\frac{1}{c^2}\psi_{1tt}-\psi_{1xx}-\psi_{1yy}-\psi_{1zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}\psi_1+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_3A_1+\psi_4A_2+\psi_3B_1-\psi_4B_2)+\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu\psi_1A_0=0$$

$$\frac{1}{c^2}\psi_{2tt}-\psi_{2xx}-\psi_{2yy}-\psi_{2zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}\psi_2+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_4B_1+\psi_3B_2-\psi_4A_1+\psi_3A_2)+\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu\psi_2A_0=0$$

$$\frac{1}{c^2}\psi_{3tt}-\psi_{3xx}-\psi_{3yy}-\psi_{3zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}\psi_3+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_1A_1+\psi_2A_2+\psi_1B_1+\psi_2B_2)-\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu\psi_3A_0=0$$

$$\frac{1}{c^2}\psi_{4tt}-\psi_{4xx}-\psi_{4yy}-\psi_{4zz}+\frac{m_e^2c^2}{\hbar^2}\psi_4+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_2B_1-\psi_1B_2-\psi_2A_1+\psi_1A_2)-\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}\mu\psi_4A_0=0$$

$$\frac{1}{c^2}A_{1tt}-A_{1xx}-A_{1yy}-A_{1zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_1\psi_3-\psi_2\psi_4)=0$$
$$\frac{1}{c^2}A_{2tt}-A_{2xx}-A_{2yy}-A_{2zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_2\psi_3+\psi_1\psi_4)=0$$
$$\frac{1}{c^2}A_{0tt}-A_{0xx}-A_{0yy}-A_{0zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}}\mu(\psi_1{}^2+\psi_2{}^2-\psi_3{}^2-\psi_4{}^2)=0$$

$$\frac{1}{c^2}B_{1tt}-B_{1xx}-B_{1yy}-B_{1zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_1\psi_3+\psi_2\psi_4)=0$$
$$\frac{1}{c^2}B_{2tt}-B_{2xx}-B_{2yy}-B_{2zz}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(\psi_2\psi_3-\psi_1\psi_4)=0 \qquad (4)$$

Если перейти к лагранжеву формализму, то нелинейные члены в уравнениях системы (4), ответственные за взаимодействие полей с половинным и единичным спином, можно получить из такой добавки к лагранжиану:

$$l_{non}=\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu(A_1\psi_1\psi_3-A_1\psi_2\psi_3+A_2\psi_2\psi_3+A_2\psi_1\psi_4+$$
$$+B_1\psi_1\psi_3+B_1\psi_2\psi_3+B_2\psi_2\psi_3-B_2\psi_1\psi_4)+$$
$$+\frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}}\mu A_0(\psi_1{}^2+\psi_2{}^2-\psi_3{}^2-\psi_4{}^2) \qquad (5)$$

Это выражение можно записать в матричном виде:

$$l_{non}=\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{A_0}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{A_1}{2} & \frac{A_2}{2}\\ 0 & \frac{A_0}{\sqrt{2}} & \frac{A_2}{2} & -\frac{A_1}{2}\\ \frac{A_1}{2} & \frac{A_2}{2} & -\frac{A_0}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{A_2}{2} & -\frac{A_1}{2} & 0 & -\frac{A_0}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}+$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & \frac{B_1}{2} & -\frac{B_2}{2}\\ 0 & 0 & \frac{B_2}{2} & \frac{B_1}{2}\\ \frac{B_1}{2} & \frac{B_2}{2} & 0 & 0\\ -\frac{B_2}{2} & \frac{B_1}{2} & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}$$

Преобразуем его, используя набор матриц, часть которого совпадает, как видно, с некоторыми матрицами Дирака.

$$l_{non}=\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu\frac{A_0}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}+$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu\frac{A_1}{2}\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}+$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu\frac{A_2}{2}\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}+$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu\frac{B_1}{2}\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}+$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\mu\frac{B_2}{2}\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}$$

В случае использования гамильтонова формализма данное выражение войдет в гамильтониан с противоположным знаком.

Если считать поле ψ электронно-позитронным полем (которое обычно описывается уравнением Дирака), то возникает вопрос о физическом смысле полей единичного спина A и B.

Запишем добавку к плотности лагранжиана, ответственную за взаимодействие электронов с электромагнитным полем [3]:

$$l_{\text{int}} = -ej^{\eta}A_{\eta} = -e\{(\psi_1\psi_1^* + \psi_2\psi_2^* + \psi_3\psi_3^* + \psi_4\psi_4^*)\varphi +$$

$$+c\begin{pmatrix}\psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4\end{pmatrix}\vec{\alpha}\vec{A}\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\\ \psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix}\} \qquad (7)$$

Если сравнить соотношения (6) и (7), видно, что величина A_2 пропорциональна A_x (x-компоненте обычного векторного потенциала электромагнитного поля), а величина A_1 – A_z. Величину A_0 естественно поставить в соответствие скалярному потенциалу электромагнитного поля, правда в выражение (6) входит матрица α_0, а не единичная матрица. Но плотность заряда, вычисленная с использованием матрицы α_0, более соответствует физической реальности (чем плотность заряда, следующая из уравнения Дирака), так как является знакопеременной.

Какая величина соответствует компоненте A_y векторного потенциала? Если одна из величин B_1,B_2, то какому полю соответствует вторая? Для выяснения этих вопросов мы воспользуемся процедурой получения нерелятивистского приближения для дираковского тока и заряда [4]. Проводя аналогичные выкладки и используя вместо матриц Паули матрицы

$$\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

и

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},$$

сделаем следующие выводы:

1) величина A_y (y-компонента векторного потенциала) пропорциональна величине B_2. Нерелятивистское приближение для соответствующего тока равно y-компоненте обычного (шредингеровского) тока, умноженной на i (мнимую единицу).
2) Компонента B_1 соответствует псевдоскалярному полю. Выражение для плотности соответствующего псевдоскалярного тока, возбуждающего данное поле, имеет следующий вид:

$$J_{ps} = \frac{e\hbar}{2mi}(\psi^*\vec{\sigma}\nabla\psi - \nabla\psi^*\vec{\sigma}\psi)$$

где ψ - двухкомпонентная волновая функция электрона, а $\vec{\sigma}$ - вектор, составленный из матриц Паули.

В нерелятивистском пределе для плоской волны вида

$$\psi = Fe^{i\frac{\vec{p}\vec{r}}{\hbar}} = \begin{pmatrix}F_1\\ F_2\end{pmatrix}e^{i\frac{\vec{p}\vec{r}}{\hbar}}$$

(на нормировке амплитуд F мы здесь не останавливаемся) получаем величину

$$J_{ps} = \frac{e}{m}\vec{p}F^*\vec{\sigma}F$$

Видно, что псевдоскалярный ток пропорционален произведению спина на обычный ток. Также его величину можно рассматривать как пропорциональную так называемой спиральности частицы

$$h = \frac{\vec{s}\vec{p}}{|\vec{s}||\vec{p}|}$$

Если выразить плотность псевдоскалярного тока через спин, получается соотношение

$$J_{ps} = \frac{2e}{m\hbar} F^{*} (\vec{p}\vec{s}) F$$

Гамильтониан частицы со спином $\vec{s}$, находящейся в псевдоскалярном поле W, будет иметь такой вид:

$$H = \frac{\vec{p}^{2}}{2m} + \frac{e}{m} \vec{p}\vec{\sigma}W = \frac{\vec{p}^{2}}{2m} + \frac{2e}{m\hbar} (\vec{p}\vec{s})W$$

ВЫВОД: при пропускании высокочастотного тока через намагниченный ферромагнитный стержень, а также при постановке некоторых экспериментов со спиновыми волнами следует ожидать излучения особого псевдоскалярного поля, родственного электромагнитному. Излучающим объектом для этого поля является не ток, а скалярное произведение тока на спин. Действие этого поля на частицу зависит от ориентации ее момента импульса.

Список литературы:

1) М.И.Рабинович, Д.И.Трубецков «Введение в теорию колебаний и волн» М. “Наука” 1984.
2) М.Б.Виноградова, О.В.Руденко, А.П.Сухоруков «Теория волн» » М. “Наука” 1979.
3) В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский «Квантовая электродинамика» М. “Наука” 1989.
4) А. С. Давыдов «Квантовая механика» М. “Наука” 1973.

Примечание: предыдущие статьи автора по этой тематике (с 1997 по 2007 год) размещены в Интернете на сайтах science-nighny.narod.ru и kitaev-nn.narod.ru.