

Температура двухуровневой системы.

Мы продолжим рассмотрение двухуровневой квантовой системы, находящейся под действием гармонического электромагнитного поля с постоянной амплитудой. В работе [1] уже были записаны соответствующие нелинейные уравнения. Для векторного потенциала там было использовано следующее выражение:

$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cos wt, \quad \vec{A}_0 = \text{const.} \quad (1)$$

Перепишем уравнения уже в преобразованном виде (сохранены лишь члены, дающие резонанс с частотой перехода, кроме того – отброшены быстроосциллирующие слагаемые):

$$\begin{cases} \frac{dC_1}{dt} = \gamma C_2^2 C_1 + \frac{e w_{21}}{2\hbar c} C_2 \vec{A}_0 \vec{r}_{12}, \\ \frac{dC_2}{dt} = -\gamma C_1^2 C_2 - \frac{e w_{21}}{2\hbar c} C_1 \vec{A}_0 \vec{r}_{21}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь

$$\gamma = \frac{2e^2}{3c^3 \hbar} w_{21}^3 |\vec{r}_{21}|^2.$$

В статье [1] мы искали стационарное состояние, приравняв производные по времени нулю. Запишем уравнение для C_1 (первое в системе (2)):

$$\gamma C_2^2 C_1 + \vec{A}_0 \vec{R} C_2 = 0.$$

$$\text{Здесь } \vec{R} = \frac{e w_{21}}{2\hbar c} \vec{r}_{12}.$$

С учетом нормировочного условия оно примет следующий вид:

$$\gamma(1 - C_1^2)C_1 + \vec{A}_0 \vec{R} \sqrt{1 - C_1^2} = 0. \quad (3)$$

Или:

$$\sqrt{1 - C_1^2} C_1 = -\frac{\vec{A}_0 \vec{R}}{\gamma}. \quad (4)$$

После возведения в квадрат:

$$(1 - C_1^2)C_1^2 = \beta,$$

$$\beta = \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}. \quad (5)$$

Решение:

$$C_1^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\beta}}{2}. \quad (6)$$

В конечном итоге

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}}, \\ C_2 &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 \mp \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Выберем для определенности верхний знак (для каждой строки). Запишем частное квадратов этих величин:

$$\frac{C_2^2}{C_1^2} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}}{1 + \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}}. \quad (8)$$

Квадрат амплитуды можно рассматривать как вероятность нахождения частицы на соответствующем энергетическом уровне. Вспомним далее вывод формулы Планка для спектральной плотности излучения в двухуровневой системе, данный, например в [3]. Там используется распределение Больцмана для концентраций частиц (атомов) на энергетических уровнях 1 и 2:

$$\begin{aligned} N_1 &= B e^{-\frac{E_1}{kT}}, \\ N_2 &= B e^{-\frac{E_2}{kT}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где B – нормировочная постоянная.

Фактически частное квадратов амплитуд, записанное нами выше (формула (8)), мы можем приравнять величине

$$e^{-\frac{(E_2 - E_1)}{kT}}.$$

То-есть

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}}{1 + \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}} = e^{-\frac{(E_2 - E_1)}{kT}}.$$

Возьмем натуральный логарифм от обеих частей:

$$\ln \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}}{1 + \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}} = \ln(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}) - \ln(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}) = -\frac{(E_2 - E_1)}{kT}.$$

Окончательно можно записать равенство для температуры:

$$T = \frac{\frac{E_2 - E_1}{k}}{\ln(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}}) - \ln(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{(\vec{A}_0 \vec{R})^2}{\gamma^2}})}.$$

Вывод: температура выражается через энергии квантовых уровней и амплитуду электромагнитного воздействия на систему. Состояние равновесия между двухуровневой системой и монохроматическим резонансным электромагнитным полем вполне можно описать, используя понятия термодинамики. Получается, что предельные точки, к которым стремятся решения уравнений системы (2), соответствуют состоянию термодинамического равновесия.

ДОПОЛНЕНИЕ. Напомню - мы рассматриваем гармоническое воздействие с постоянной амплитудой. Но на реальные системы в природе, по-видимому, помимо почти постоянных по амплитуде гармонических электромагнитных волн действуют и плавно модулированные импульсы (с заполнением также на резонансной частоте). Ряд возможных примеров был рассмотрен в статье [2]. Именно взаимодействие с такими

импульсами может привести к полному перебросу системы на верхний уровень (и к обратному сбросу на нижний). Случайное действие подобных импульсов (принимаемое современной теорией за столкновения с квантами) моделируется наличием конечной спектральной плотности у электромагнитного излучения. Именно конечной, так как гармоническая функция с постоянной амплитудой имеет бесконечную (дельта-образную) спектральную плотность.

Конечно, нужно помнить, что к равновесному состоянию может привести не только взаимодействие двухуровневой системы с электромагнитным полем, но и другие каналы взаимодействий (например с векторным полем упругих деформаций). Но этот вопрос требует дальнейших исследований и не будет рассматриваться в данной маленькой статье.

Список литературы:

- 1) Китаев А.Е. «Равновесие двухуровневой системы и электромагнитного поля». Оpubл. в Интернете (сайт science-nighny.narod.ru).
- 2) Китаев А.Е. «Воздействие плавно модулированных импульсов на двухуровневую систему». Оpubл. в Интернете (сайт science-nighny.narod.ru).
- 3) Матвеев А.Н. «Оптика», М. «Высшая школа» 1985