Китаев А.Е.
kitaev_a_e@mail.ru

Замечания о выборе системы отсчета при рассмотрении взаимодействия зарядов и токов.

Ранее автором была предложена модификация уравнений Лагранжа и Гамильтона, позволившая включить в сферу их действия диссипативные системы (например, осциллятор с затуханием [1]). Было отмечено, что лагранжиан для подобных систем с диссипацией очень напоминает лагранжиан для движения частицы в электромагнитном поле [2], что наталкивает на мысль - считать силы, действующие на заряженную частицу в магнитном поле, в некотором смысле родственными диссипативным силам. Применение модифицированных уравнений Лагранжа к случаю электромагнитного поля позволило получить новую формулу для силы Лоренца и для силы реакции излучения [3,4]. Но в статьях, где приводились соответствующие выкладки, автор не уточнял смысл скорости заряженной частицы, входящей в эти формулы (относительно чего измеряется эта скорость). Теперь наступило время это сделать.

Уместно внести небольшое уточнение – применимость модифицированных уравнений Лагранжа (и Гамильтона) и выбор системы отсчета (в которой мы измеряем скорость, входящую в выражения для сил) – это разные вопросы. Насчет первого вопроса: мы исходим из того, что в некоторой системе отсчета мы каким-то образом получили правильную формулу для силы. И задачей механики Лагранжа (и стандартной, и модифицированной) является вывести эту формулу из некоторой функции Лагранжа. То же относится и к механике Гамильтона. Здесь же (в этой статье) мы обсуждаем второй вопрос. Будут высказаны предложения именно насчет удобного выбора систем отсчета (и смысла скоростей, входящих в функции Лагранжа).

Рассмотрим простейший случай диссипативной системы – движущуюся в газе (или в жидкости) частицу, на которую действует сила вязкого трения.

$$\vec{F} = -\gamma\vec{v}\,. \qquad (1)$$

Какая скорость здесь имеется ввиду? Ясно, что скорость частицы относительно газовой среды. Газ здесь играет роль выделенной системы отсчета. Если же мы находимся в системе отсчета, в которой газ движется, то

$$\vec{F} = -\gamma(\vec{v} - \vec{v}_G)\,. \qquad (2)$$

Заметим, что присутствие в формуле (2) разности скоростей делает ее инвариантной относительно преобразований Галилея. Формула же (1) этим свойством не обладает.

Распространим эту аналогию на электромагнитное поле. Что здесь может играть роль газовой (или жидкой) среды? Ответ - некое распределение зарядов, расстояния между которыми сохраняются. Либо распределение постоянных токов (например, создающееся некоторой системой проводов, расстояния между частями которых также зафиксированы). Если верно волновое уравнение для векторного магнитного потенциала, то такие постоянные (по времени) источники создадут поле, не зависящее от времени (в частности, излучение в такой системе, несмотря на наличие центростремительных ускорений в закругленных участках проводов, будет отсутствовать). Так что поле векторного потенциала, созданное такими токами, тоже можно считать системой отсчета.

При расчете токов нужно знать скорости частиц в проводах. Относительно чего их вычислять? Ответ - относительно той же самой выделенной системы отсчета, то-есть относительно проводов (или относительно системы траекторий частиц, расстояния между различными частями которых фиксированы).

Уточнение: так как провода состоят из атомов, то второй случай, вообще говоря, сводится к первому. Чистый же первый случай, когда вся система зарядов (кроме одного «пробного», уравнение движения которого мы изучаем) зафиксирована, соответствует электростатическому взаимодействию («пробного» заряда и системы).

Ситуация становится значительно менее ясной, если мы рассматриваем взаимодействие между двумя зарядами в вакууме. Или вообще один движущийся заряд, который мы, возможно, считаем «размазанным» (как при расчете реакции излучения). В этом случае непонятно, где находится система постоянных токов (или зарядов), которую мы принимаем за выделенную систему отсчета. В окружающем мире множество таких систем, но какое отношение они имеют к нашей паре зарядов (или к одному тормозящемуся излучением заряду)? Ведь мы интересуемся взаимодействием именно между двумя зарядами, а не между зарядом и какой-то из токовых систем. Из каких соображений сделать однозначный выбор?

Разберем сначала второй случай (случай реакции излучения). Автором ранее [4] была предложена следующая формула для силы радиационного торможения:

$$\vec{F}_R = -\frac{2e^2}{3c^3}\frac{\left|\frac{\partial}{\partial t}\vec{v}\right|\frac{\partial}{\partial t}\vec{v}}{\left|\vec{v}(t)\right|\cos\varphi}. \qquad (3)$$

Здесь φ – угол между ускорением частицы и ее скоростью. Но в статье [4] не был уточнен смысл скорости, входящей в это выражение. В какой системе отсчета ее измерять?

Предположим, что до некоторого момента t_0 заряженная частица либо покоилась относительно системы других зарядов (с фиксированными расстояниями между ними), либо двигалась в составе коллектива частиц, образующего некоторый постоянный ток. Обратим внимание, что двигаясь в составе постоянного тока, частица имеет некоторую скорость и ускорение, но это не те скорость и ускорение, которые входят в состав формулы (3)! Ведь если справедливо волновое уравнение для потенциала (с источником в виде тока), то такой постоянный ток не приводит к появлению излучения. Этот ток, либо систему зарядов будем называть начальным стационарным состоянием (фактически оно же образует «первоначальную» систему отсчета). Пусть начиная с момента t_0 заряженная частица приобрела по какой-либо причине дополнительную скорость, выйдя в силу этого из состава начального стационарного состояния. Измеряется эта дополнительная скорость, естественно, относительно этого же самого стационарного состояния (несмотря на то, что оно, теперь, после вылета частицы, возможно, оказалось слегка «подпорченным»). Именно эту скорость (и ее производную) нужно подставлять в формулу (3).

Возможно, в некоторых ситуациях разумно в качестве системы отсчета рассматривать не прошлое стационарное состояние, а будущее (в состав которого частица войдет через некоторое время).

Теперь разберем случай пары частиц, движущихся друг относительно друга. Точно так же мы будем считать, что каждая из двух частиц раньше являлась частью некого начального стационарного состояния (своего для каждой частицы). Тогда скорости частиц – это добавочные скорости, которые они приобрели (измеренные относительно этих же начальных стационарных состояний). Пусть мы можем определить скорость одного стационарного состояния относительно другого. Тогда можно пересчитать скорости частиц к одной из двух систем отсчета. Чтобы получить скорость *второй* частицы относительно *первого* стационарного состояния, нужно сложить:

1) Скорость *второго стационарного состояния* относительно *первого состояния,*

2) Скорость *второй* частицы относительно *второго* стационарного состояния.

Запишем лагранжиан, описывающий движение первой частицы (под действием второй частицы). Сделаем это сперва через потенциалы, создаваемые второй частицей:

$$L=\frac{m_1\vec{V}_1^2}{2k}+\frac{e_1}{c}\vec{V}_1\vec{A}-e_1\varphi .$$

Далее перейдем к координатам и скоростям, выражая потенциалы через них:

$$L=\frac{m_1\vec{V}_1^2}{2k}+\frac{e_1e_2}{c^2}\frac{\vec{V}_1\vec{V}_2}{r}-\frac{e_1e_2}{r} .$$

Здесь k – это коэффициент, равный единице в стандартной теории [напр.7]. В работе [4] приведены основания для того, чтобы считать его равным 2/3 (там он входит множителем при втором и третьем слагаемых).

ЗАМЕЧАНИЕ:

Вообще говоря, можно попробовать записать соответствующий лагранжиан и в более общем виде, записывая разные числовые коэффициенты при втором и третьем слагаемых:

$$L=\frac{m_1\vec{V}_1^2}{2}+k_1\frac{e_1}{c}\vec{V}_1\vec{A}-k_2e_1\varphi .$$

Основания для уточнения значения коэффициента k_2, возможно, появятся при дальнейшем развитии теории.

Если частицы до некоторого момента входили в состав одного начального состояния, то может оказаться так, что

$$\vec{V}_2=-\alpha\vec{V}_1,$$

$$\alpha=\frac{m_1}{m_2}$$

в силу закона сохранения импульса. Тогда лагранжиан приобретет следующий вид:

$$L=\frac{m_1\vec{V}_1^2}{2k}-\frac{\alpha e_1e_2}{c^2}\frac{\vec{V}_1^2}{r}-\frac{e_1e_2}{r}=\vec{V}_1^2\left(\frac{m}{2k}-\frac{\alpha e_1e_2}{c^2r}\right)-\frac{e_1e_2}{r} .$$

В этом случае обобщенный импульс равен

$$\vec{P}=2\vec{V}_1\left(\frac{m_1}{2k}-\frac{\alpha e_1e_2}{c^2r}\right)=\frac{m_1}{k}\vec{V}_1-2\vec{V}_1\frac{\alpha e_1e_2}{c^2r} .$$

Если для второго слагаемого оставить выражение с векторным потенциалом (так удобно делать в случае независимости скоростей источников от скорости самой движущейся частицы), то при дальнейшем дифференцировании импульса получается член, пропорциональный

$$\frac{\partial A}{\partial t} .$$

В нашем же случае (так как в выражение входит лишь одна скорость, а не две) разумнее считать, что второе слагаемое определяет некоторую прибавку к массе движущейся частицы, зависящую от расстояния между взаимодействующими частицами. Кстати, отрицательная добавка к массе сходного происхождения получалась и в известной электродинамической теории Вебера (что в свое время послужило одним из поводов для критики [5]).

Получим из лагранжиана уравнения движения в соответствии с правилами модифицированной механики [1,2] (не проводя пространственное дифференцирование обобщенного импульса).

$$2\frac{d\vec{V}_1}{dt}\left(\frac{m_1}{2k}-\frac{\alpha e_1e_2}{c^2r}\right)=-\vec{V}_1^2\frac{\alpha e_1e_2}{c^2}grad\left(\frac{1}{r}\right)-e_1e_2grad\left(\frac{1}{r}\right)=$$

$$=-e_1e_2\left(1+\frac{\alpha\vec{V}_1^2}{c^2}\right)grad\left(\frac{1}{r}\right)=e_1e_2\left(1+\frac{\alpha\vec{V}_1^2}{c^2}\right)\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Если

$$r < \frac{2ke_1e_2}{m_1c^2}\alpha = \frac{2ke_1e_2}{m_2c^2},$$

то можно пренебречь слагаемым с обычной массой покоя, и уравнение движения приобретает такой вид:

$$-2\frac{d\vec{V}_1}{dt}\frac{e_1e_2}{c^2r} = e_1e_2(\frac{1}{\alpha}+\frac{\vec{V}_1^2}{c^2})\frac{\vec{r}}{r^3},$$

$$\frac{d\vec{V}_1}{dt}\frac{2e_1e_2}{c^2r} = -e_1e_2(\frac{1}{\alpha}+\frac{\vec{V}_1^2}{c^2})\frac{\vec{r}}{r^3},$$

$$\frac{d\vec{V}_1}{dt}\frac{2}{c^2} = -(\frac{1}{\alpha}+\frac{\vec{V}_1^2}{c^2})\frac{\vec{r}}{r^2}.$$

Обратим внимание на то, что частицы притягиваются друг к другу несмотря на знаки зарядов! Условие для этого – малость расстояния между частицами. В случае взаимодействия между электронами граничное расстояние представляет из себя классический радиус электрона, умноженный на величину 2k.

Уравнение движения при малых расстояниях между частицами можно записать и с помощью потенциала:

$$\frac{d\vec{V}_1}{dt}\frac{2}{c^2} = -(\frac{1}{\alpha}+\frac{\vec{V}_1^2}{c^2})grad\ln r.$$

Возможно, именно это притяжение имеет отношение к устойчивости электрона (относительно кулоновского расталкивания). Мы здесь ограничимся лишь выдвижением этой гипотезы и далее в этот вопрос углубляться не будем. В заключение статьи можно отметить, что при рассмотрении волновых уравнений для потенциалов электромагнитного поля разумно источники полей также считать возмущениями некоторых начальных стационарных состояний. И использовать частные производные по времени (в волновых уравнениях) лишь в системах отсчета, соответствующих начальным стационарным состояниям (см. также [8]). В других же системах отсчета – использовать полные производные по времени. Зависимость пространственных координат от времени (необходимая для вычисления полных производных) в этом случае будет определяться движением стационарного состояния в используемой системе отсчета.

Список литературы:

1) Китаев А.Е, «Применение измененных уравнений Гамильтона и Лагранжа к диссипативным системам».
2) Китаев А.Е, «От диссипации к индукции».
3) Китаев А.Е, «Модификация силы Лоренца».
4) Китаев А.Е, «К проблеме реакции излучения». Опубл. в Интернете (сайт science-nighny.narod.ru).
5) Уиттекер Э. «История теории эфира и электричества», Москва-Ижевск 2001
6) Роузвер Н.Т. «Перигелий Меркурия от Леверье до Эйнштейна», М. «Мир» 1985
7) Голдстейн Г. «Классическая механика», М. «Наука» 1975
8) Китаев А.Е, «Волновое уравнение и эмиссия полевой материи». Опубл. в Интернете.