Китаев А.Е.
kitaev_a_e@mail.ru

Рекомбинация в p-n переходе.

Возьмем за основу нелинейную систему (9) из статьи [1], описывающую эволюцию амплитуд уровней C_1 и C_2 в двухуровневой системе.

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1}{dt} = \gamma(1 - C_1{}^2)C_1, \\ \dfrac{dC_2}{dt} = -\gamma(1 - C_2{}^2)C_2. \end{cases}$$

Попробуем адаптировать эту систему для описания рекомбинации в p-n переходе. Для этого придется по-другому понимать смысл амплитуд C_i. Пусть C_1 – это амплитуда примесных электронов, а C_2 – это амплитуда примесных дырок.

Уточним также: в статье [1] рассматривалось лишь спонтанное излучение, сопровождающее «сползание» электрона с верхнего уровня на нижний (поэтому в уравнения только что приведенной системы не входит какое либо внешнее электромагнитное поле). Применительно к электронам и дыркам мы тоже будем учитывать лишь спонтанную рекомбинацию.

Мы будем рассматривать одномерную задачу. Пусть слева от z=0 находится полупроводник, легированный акцепторной примесью. Справа же – тот же полупроводник с донорной примесью. То-есть слева преобладают примесные дырки, а справа – примесные электроны.

В отличие от [1] коэффициенты C_i могут зависеть не только от t, но и от z.

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\partial C_i}{\partial t} + V_z \frac{\partial C_i}{\partial z}.$$

Мы будем рассматривать стационарные по времени процессы. Поэтому

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = 0.$$

Что понимать под z-компонентой скорости V_z? Пусть это будет сумма абсолютных величин дрейфовых скоростей электронов и дырок. Можно считать, что мы рассматриваем все процессы, перейдя в систему отсчета, движущуюся вместе с одним из примесных электронов. И этот электрон постепенно (то-есть с определенной вероятностью) «сваливается» в пролетающие мимо дырки.

$$\frac{dC_i}{dt} = (V_e + V_p)\frac{\partial C_i}{\partial z}$$

Получаем следующую систему:

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1}{dz} = \dfrac{\gamma}{V_e + V_p}(1 - C_1{}^2)C_1, \\ \dfrac{dC_2}{dz} = -\dfrac{\gamma}{V_e + V_p}(1 - C_2{}^2)C_2. \end{cases} \qquad (1)$$

Параметр γ, фактически являющийся деленным на два коэффициентом Эйнштейна для спонтанного излучения, в [1] вычисляется по формуле

$$\gamma = \frac{2e^2}{3c^3\hbar}\omega_{21}{}^3 \left|\vec{r}_{21}\right|^2.$$

В качестве частоты перехода ω_{21} здесь выступит расстояние по шкале частот между дном зоны проводимости и верхом валентной зоны. Увеличением этого расстояния за счет заполнения зон пренебрежем. Следующий вопрос – что понимать под матричным элементом радиус-вектора? Как известно,

$$\vec{r}_{12} = \int \psi_1^*(\vec{r})\vec{r}\psi_2(\vec{r})dv. \qquad (2)$$

Предлагается следующий «рецепт». В качестве волновой функции с индексом «2» берем нормированную волновую функцию электронной оболочки примесного атома (откуда «вытягивается» электрон при образовании дырки), умноженную на экспоненту с мнимым показателем, зависящим от z. Волновая функция «1» - это функция электрона в зоне проводимости. Предположим, что она мало отличается от экспоненты бегущей волны. Будем считать, что обе эти экспоненты при подставлении в (2) дадут единицу. Мы также должны учесть нормировку функции «1». Будем нормировать ее на квадратный корень из объема атома примеси. Итак,

$$\vec{r}_{12} = \frac{1}{\sqrt{L^3}}\int \vec{r}\psi_2(\vec{r})dv.$$

Здесь L - линейный размер атома примеси. Величину $\frac{1}{\sqrt{L^3}}$ можно считать примерно равной корню из концентрации атомов (любых) в полупроводнике. Тогда

$$\vec{r}_{12} \approx \sqrt{n}\int \vec{r}\psi_2(\vec{r})dv.$$

Отметим, что величина $\frac{1}{2\gamma}$ фактически определяет среднее время рекомбинационного процесса в p-n переходе. А $\frac{V_e}{2\gamma}$ можно считать размером излучающей зоны в p-полупроводнике при условии, что никакие другие факторы (кроме рекомбинации) не будут препятствовать проникновению примесных электронов в p-полупроводник. Аналогичную роль играет $\frac{V_p}{2\gamma}$ для n-полупроводника. Величину же $\frac{V_e+V_p}{2\gamma}$ можно считать общим размером излучающей области на границе полупроводников p- и n- типа.

Решение уравнений (1) следующее:

$$C_1 = \frac{\sqrt{B}e^{\frac{\gamma z}{V_e+V_p}}}{\sqrt{1+Be^{\frac{2\gamma z}{V_e+V_p}}}}.$$

$$C_2 = \frac{1}{\sqrt{1+Be^{\frac{2\gamma z}{V_e+V_p}}}} = \frac{1}{\sqrt{B}}\frac{e^{-\frac{\gamma z}{V_e+V_p}}}{\sqrt{1+\frac{1}{B}e^{-\frac{2\gamma z}{V_e+V_p}}}}.$$

Здесь B – произвольная константа.

При стремлении z к плюс-бесконечности выражение для C_1 асимптотически приближается к единице (или к (-1), ведь квадратный корень – двузначная функция).

Второе решение при стремлении z к плюс-бесконечности стремится к нулю.

При такой модели на границе между p- и n-полупроводником мы фактически имеем множество движущихся микроскопических диполей Герца с атомными размерами. Частота колебаний переменного излучающего тока в них – это частота перехода. Вдали от границы интенсивность колебаний спадает до нуля. Имеет смысл считать, что ориентацию диполей определяет электрическое поле, создающее постоянный ток через переход, то-есть что ориентированы они (по крайней мере, преимущественно) вдоль оси z, перпендикулярно p-n границе. Следовательно, излучать они будут главным образом вдоль плоскости p-n перехода.

Выражение для квантово-усредненной (проинтегрированной по пространству) плотности тока в подобной системе приводится в [1]:

$$\left\langle \vec{j} \right\rangle = \frac{d}{dt} C_1 C_2 e^{i\frac{E_1-E_2}{\hbar}t} e\vec{r}_{12} + \frac{d}{dt} C_2 C_1 e^{i\frac{E_2-E_1}{\hbar}t} e\vec{r}_{21}.$$

В статье [1] коэффициенты C_i являются медленными функциями времени. В нашем случае они будут функциями пространственной координаты *z*.

$$\left\langle \vec{j} \right\rangle = e\vec{r}_{12} C_1(z) C_2(z) (i(\frac{E_2-E_1}{\hbar}) e^{i\frac{E_2-E_1}{\hbar}t} - i(\frac{E_2-E_1}{\hbar}) e^{-i\frac{E_2-E_1}{\hbar}t}) =$$

$$= e\vec{r}_{12} C_1(z) C_2(z) \{ \frac{-2}{2i} (\frac{E_2-E_1}{\hbar}) (e^{i\frac{E_2-E_1}{\hbar}t} - e^{-i\frac{E_2-E_1}{\hbar}t}) \} =$$

$$= -2(\frac{E_2-E_1}{\hbar}) e\vec{r}_{12} C_1(z) C_2(z) \sin \frac{E_2-E_1}{\hbar} t = -2\omega_{21} e\vec{r}_{12} C_1(z) C_2(z) \sin \omega_{21} t.$$

Выражения для $C_i(z)$ смотри выше. Произведение этих двух коэффициентов будет спадать до нуля при удалении от перехода.

Плотность же тока для отдельного излучающего электрона (в соединении с чередой дырок, в которые он с определенной вероятностью «сваливается» во время своего движения) можно представить так:

$$\vec{j} = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0(t)) \left\langle \vec{j} \right\rangle = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0(t)) 2\omega_{21} e\vec{r}_{12} C_1(z) C_2(z) \sin \omega_{21} t.$$

Здесь $\vec{r}_0(t) = \vec{r}_0(0) - \vec{z}_0 V_{ez} t$ есть закон движения излучающего электрона ($\vec{z}_0$ - единичный вектор, направленный вдоль оси *z*).

Далее легко получаются энергетические и электрические характеристики идеализированного p-n перехода. Один электрон, пройдя от плюс-бесконечности до минус-бесконечности, излучит энергию $E = \hbar\omega_{21}$ (рекомбинировав с движущейся навстречу дыркой [см. 1]). За время dt через сечение p-n перехода проходит $nSV_e dt$ электронов (здесь n – концентрация примесных электронов справа вдали от перехода, S – поперечное сечение p-n перехода).

Энергию, излученную за время dt, можно посчитать по формуле:

$$dE_{Rad} = nSV_e \hbar\omega_{21} dt .$$

Фактически $nSV_e \hbar\omega_{21}$ - это мощность излучения в нашей системе. Можно записать ее и через ток:

$$P = \frac{I}{e} \hbar\omega_{21} .$$

Учитывая формулу для мощности, рассеиваемой на сопротивлении $P = I^2 R$, можно выразить сопротивление излучающего p-n перехода следующим образом:

$$R = \frac{\hbar\omega_{21}}{eI} .$$

Оно получается зависящим от тока (обратно пропорциональным току).

Падение напряжения на излучающем переходе будет таким:

$$U_{p-n} = \frac{\hbar\omega_{21}}{e} .$$

Можно назвать это прямым падением напряжения на «идеальном» светодиоде.

Список литературы:

1) Китаев А.Е. «Что такое квант света». Опубл. в Интернете
(сайт science-nighny.narod.ru).
2) Китаев А.Е. «Равновесие двухуровневой системы
и электромагнитного поля». Опубл. в Интернете.
3) Лоудон Р. «Квантовая теория света», М. «Мир» 1976.
4) Соколов А.А., Лоскутов Ю.М., Тернов И.М. «Квантовая механика», М. «Просвещение» 1965